


Domino




Domino

Auf den Rückseiten der Steine eines Dominospiels ist jeweils ein Buchstabe des Wortes DOMINO gedruckt.

Wie viele verschiedene (auch sinnlose) Kombinationen kann Karin mit den Buchstaben des Bildes legen und welche Kombination steht an 174. Stelle, wenn sie diese in alphabetischer Reihenfolge notiert?

M MONOID
Mathematikblatt für Mitdenker

Lust auf weitere spannende Aufgaben, einen Wettbewerb und interessante Artikel?
www.mathematik.uni-mainz.de/monoid



Aufgabe

Auf den Rückseiten der Steine eines Dominospiels ist jeweils ein Buchstabe des Wortes DOMINO gedruckt. Wie viele verschiedene (auch sinnlose) Kombinationen kann Karin mit den Buchstaben des Bildes legen und welche Kombination steht an 174. Stelle, wenn sie diese in alphabetischer Reihenfolge notiert?

Lösung

- Für den ersten Buchstaben hat Karin sechs Möglichkeiten, für den zweiten Buchstaben fünf Möglichkeiten und so weiter bis zum letzten Buchstaben, für den nur noch eine Möglichkeit bleibt. Da es aber zweimal den Buchstaben O gibt, haben wir einige Wörter doppelt gezählt, da wir die beiden Buchstaben O miteinander tauschen können, wodurch sich das Wort nicht ändert.

Es gibt also insgesamt $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 360$ verschiedene Wörter.

- In der alphabetischen Liste stehen zuerst die Wörter, die mit einem D beginnen. Dazu gehört auch das Wort DOMINO.

Alle Wörter, die mit DI, DM und DN beginnen, stehen jedoch in der Liste vorher. Wie viele Wörter es mit diesen Anfängen gibt, können wir uns ähnlich überlegen wie in der Teilaufgabe a. Bei Beginn DI sind noch die vier Buchstaben M, N, O, O zu ergänzen und diese können auf $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 12$ verschiedene Weisen ergänzt werden, ebenso bei DM die weiteren vier Buchstaben I, N, O, O sowie bei DN die Buchstaben I, M, O, O.

Es folgen die Wörter, die mit DO zu denen dann auch DOMINO gehört. Mit Wortanfang DOI und den weiteren Buchstaben M, N und O gibt es sechs Wörter. Es folgt der Wortanfang DOM, unter denen dann DOMINO das erste ist.

Also stehen $12 + 12 + 12 + 6 = 42$ Wörter vorher und somit ist das Wort DOMINO das 43. Wort in der Liste.

- In der alphabetischen Liste stehen zuerst die Wörter, die mit einem D beginnen. von diesen gibt es $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 60$ Wörter, ebenso mit den Anfangsbuchstaben I und M. Also umfasst die Liste mit den Anfangsbuchstaben D und I insgesamt 120 Wörter, zusätzlich mit Anfangsbuchstaben M dann 180 Wörter. Also muss das gesuchte Wort mit einem M beginnen. Mit den Anfangsbuchstaben MD, MI und MN gibt es jeweils $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 12$ Wörter, also umfasst die Liste bis einschließlich Anfangsbuchstaben MN insgesamt 156 Wörter und das gesuchte Wort beginnt mit MO. Mit den Anfangsbuchstabenkombinationen MOD, MOI und MON gibt es nun jeweils $\frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 6$ Wörter, es kommen also 18 weitere Wörter hinzu und somit hat die Liste dann 174 Wörter. Das gesuchte Wort an der 174. Stelle ist also das letzte Wort mit Wortanfang MON und dieses ist das Wort MONOID.

Alternative: Haben wir uns überlegt, dass das gesuchte Wort mit einem M beginnen muss, dann können wir weiter überlegen, dass danach nur noch sechs Wörter mit diesem Anfangsbuchstaben folgen. Dieses sind die sechs Wörter mit dem Wortanfang MOO. Also ist das gesuchte Wort das letzte mit Wortanfang MON und dieses ist das Wort MONOID.